

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2017–2018 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. **Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.**
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

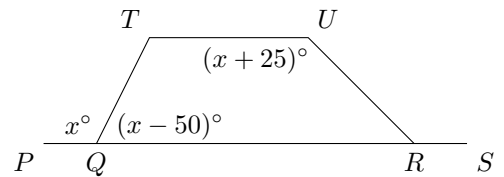
Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hver er útkoman þegar $1 - (2 - 3) - (4 - 5) - (6 - 7) - (8 - 9)$ er reiknað?

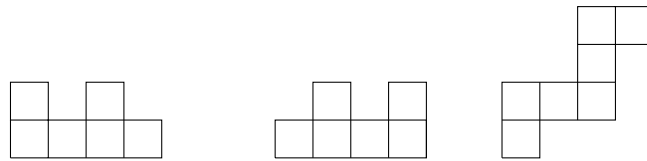
-5 -1 1 5

2. Á myndinni er TU samsíða PS og punktarnir Q og R liggja á PS . Stærðir hornanna $\angle PQT$, $\angle RQT$ og $\angle TUR$ eru sýndar myndinni. Hver er stærð hornsins $\angle URS$?



125° 130° 135° 140°

3. Sigrún límdi saman kubba sem allir voru jafnstórir líkt og sést hér að neðan:



Horft framan á Horft frá vinstri hlið Horft ofan á

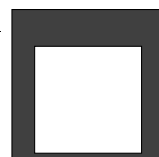
Hversu margra kubba notaði Sigrún?

6 9 10 11

4. Aðgerðin \star er skilgreind með jöfnunni $a \star b = a^2b - ab^2$. Hvert er gildið á $2 \star 7$?

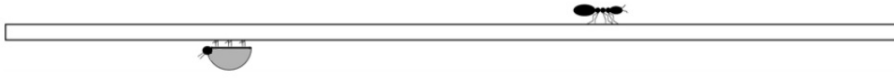
-140 -70 0 70

5. Á myndinni sést lítill ferningur innan í stærri ferningi. Flatarmál skyggða svæðisins og flatarmál óskyggða svæðisins eru bæði 18 cm^2 . Hver er hliðarlengd stærri ferningsins?



3 cm 4 cm 6 cm 9 cm

6. Bolli byrjaði byrjaði á hægri endanum og er búinn að trítla $\frac{3}{4}$ af stönginni. Mæja maur byrjaði á vinstri endanum og er búin að trítla $\frac{2}{3}$ af stönginni. Hversu stór hluti stangarinnar skilur á milli Bolla og Mæju?



$\frac{3}{8}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{5}{12}$

7. Thelma slær 2^k inn í vasareikni. Hún ýtir síðan alls n sinnum á $\sqrt{\quad}$ takkann eða þar til vasareiknirinn sýnir töluna 2. Hvert er gildið á k ?

$2n$

n

2^n

n^n

8. Á teningi er tala á hverri hlið. Summa mótlægra hliða er sú sama. Fimm talnanna eru 5, 6, 9, 11 og 14. Hvaða tala er á sjöttu hliðinni?

7

8

13

15

9. Í samlagningunni tákna x , y og z tölustafi. Hvert er gildið á $x + y + z$?

$$\begin{array}{r} \\ x y z \\ + x y z \\ + y z \\ \hline 1 6 7 5 \end{array}$$

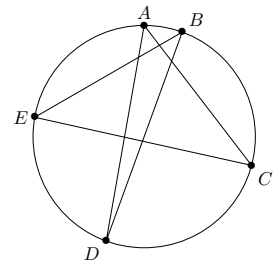
8

10

15

20

10. Fimm punktar á hring eru tengdir með strikum og mynda fimm horna stjörnu eins og sýnt er á mynd. Hver er samanlögð stærð hornanna í stjörnunni, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$?



160°

180°

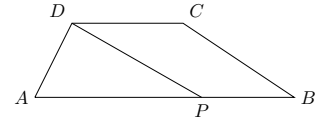
240°

360°

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Í trapisunni er $AB = 40$ og $CD = 16$. DP skiptir trapisunni í tvo hluta með sama flatarmál. Hver er lengd AP ?

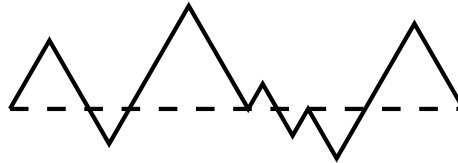


- 16 20 28 32 36

12. Hvert er gildið á $\frac{x}{5} + \frac{2y}{3} + \frac{2y}{5} + \frac{x}{3}$ ef vitað er að $x + 2y = 30$?

- 8 16 18 20 30

13. Brotalínustrikið er 20 cm að lengd. Þríhyrningarnir eru allir jafnhliða. Hver er lengd svarta ferilsins?

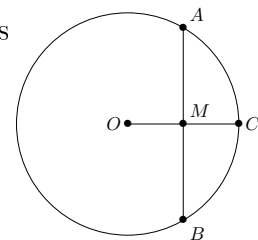


- 25 cm 30 cm 35 cm 40 cm 45 cm

14. Anna á 2000 krónur. Systur hennar fjórar eiga 1000 krónur hver. Anna vill skipta jafnt þannig að þær eigi allar jafnmikið, systurnar fimm. Hversu háa upphæð þarf hún að gefa hverri systra sinna til að þetta gangi upp?

- 100 kr. 150 kr. 200 kr. 250 kr. 300 kr.

15. Hringur hefur miðju O . Strengurinn AB er miðþverill geisla OC . Hvert er flatarmál hringins, í cm^2 , ef $AB = 8\sqrt{3}$ cm?



- 36π 48π 64π 96π 112π

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Tommi skrifaði niður allar tölurnar frá og með 1 til og með 20 í belg og biðu og fékk þannig 31-stafs töluna 1234567891011121314151617181920. Síðan eyddi hann 24 af þessum 31 tölustaf þannig að talan sem eftir varð var eins stór og mögulegt var. Hvaða tala varð eftir?

Svar: _____

17. Látum $\frac{a}{b}$ vera fullstytt brot sem má einnig rita sem summu $\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}$ þar sem n er jákvæð heiltala. Finnið brotið þegar gefið er að $a + b = 1024$.

Svar: _____

18. Hver er fjöldi heiltalna n þannig að $\frac{1}{7} \leq \frac{6}{n} \leq \frac{1}{4}$.

Svar: _____

19. Talnarunan 2,3,6,8,8,... er útbúin með því að skrá fyrst 2 og 3 og síðan einingartölu margfeldis talnanna tveggja á undan. Hver er tala númer 2017 í þessari talnarunu?

Svar: _____

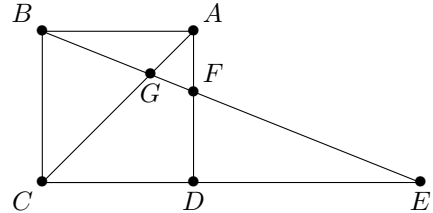
20. Fimm línur, sem allar liggja samsíða einni hlið þríhyrnings, skipta hinum tveimur hliðum þríhyrningsins upp í 6 jafnstór bil og þríhyrningnum sjálfum í 6 svæði. Hvert er flatarmál þríhyrningsins ef flatarmál stærsta svæðisins er 33 flatareiningar?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Ferningur $ABCD$ er þannig að hornpunkturinn D liggur á strikinu CE , strikið BE sker strikið AC í punktinum G og strikið AD í punktinum F . Hver er lengd striksins EF ef vitað er að $BG = 3$ m og $GF = 1$ m?



Myndin er **ekki** í réttum hlutföllum

22. Ferningstala er tala sem er annað veldi heillar tölu. Töluna a má rita sem summu tveggja ólíkra ferningstalna. Sýnið að þá megi einnig rita töluna $2a$ sem summu tveggja ólíkra ferningstalna.