

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2019–2020 Efra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_ Póstnúmer: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.  3.  4.

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þremur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Margfeldið  $8 \cdot 4 \cdot 81$  er deilanlegt með  $6^k$ . Stærsta jákvæða heiltalan sem  $k$  getur verið er

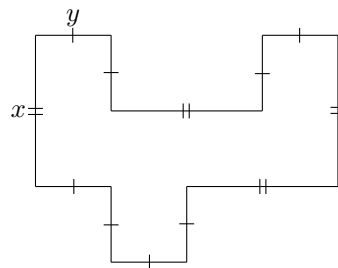
 4

 5

 6

 7

2. Á myndinni eru lengdir línanna annaðhvort  $x$  eða  $y$ . Einnig eru öll horn rétt. Ef flatarmál myndarinnar er  $252 \text{ m}^2$  og  $x = 2y$ , hvert er þá ummál myndarinnar?


 72 m

 96 m

 168 m

 192 m

3. Sex börn borða samtals 20 vínber. Andri borðar eitt vínber, Binni borðar tvö vínber, Dóra borðar þrjú vínber. Erpur borðar flest vínber allra, enginn borðar jafnmörg vínber og hann. Hver er minnsti mögulegi fjöldi vínberja sem Erpur getur hafa borðað?

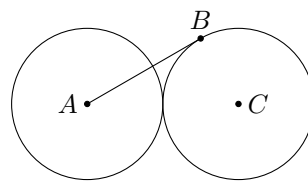
 4

 5

 6

 7

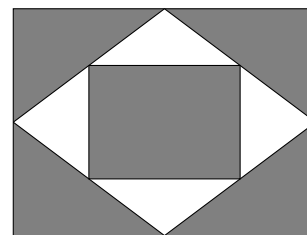
4. Tveir jafnstórir hringir, annar með miðju í  $A$  og hinn með miðju í  $C$  snertast. Punktur  $B$  er staðsettur á hringnum með miðju í  $C$  þannig að lína gegnum  $A$  og  $B$  er snertill við þann hring. Hver er lengd striksins  $AB$ , í cm, ef geisli (radíus) beggja hringja er 6 cm?


  $5\sqrt{3}$ 
  $6\sqrt{2}$ 
  $6\sqrt{3}$ 
  $9/\sqrt{2}$ 

5. Tölvuvírus ræðst á harðan disk. Fyrsta daginn étur hann upp  $\frac{1}{2}$  af disknum. Næsta dag étur hann upp  $\frac{1}{3}$  af því sem þá er eftir. Þriðja daginn étur hann upp  $\frac{1}{4}$  af því sem þá er eftir og fjórða daginn étur hann upp  $\frac{1}{5}$  af því sem þá er eftir. Hversu stór hluti harða disksins er eftir óskaddaður?

  $1/5$ 
  $1/6$ 
  $1/10$ 
  $1/12$

6. Myndin sýnir lítinn rétthyrning innritaðan í tígul sem er innritaður í stóran rétthyrning. Horn innritaða rétthyrningsins snerta miðpunkta hliða tígulsins og horn tígulsins snerta miðpunkta hliða stóra rétthyrningsins. Hversu stór hluti stóra rétthyrningsins er litaður grár?



- 3/5                       2/3                       5/7                       3/4

7. Þrjár jákvæðar heiltölur  $a$ ,  $b$  og  $c$  eru þannig að

$$4^a \cdot 5^b \cdot 6^c = 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$$

Hver er summan  $a + b + c$ ?

- 28                       31                       36                       49

8. Í rétthyrndum þríhyrningi eru hliðarlengdir  $a$ ,  $a + d$  og  $a + 2d$  þar sem  $a$  og  $d$  eru jákvæðar tölur. Hvert er hlutfallið  $\frac{a}{d}$ ?

- 3                       4                       5                       6

9. Á eyju búa hrappar sem alltaf ljúga og heiðursmenn sem alltaf segja satt. Rúnar, Sigrún, Teitur og Unnur búa á eyjunni. Þau segja:

Rúnar: „Að minnsta kosti eitt okkar segir ósatt.“

Sigrún: „Ég er sú eina okkar sem lýgur.“

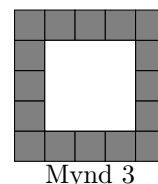
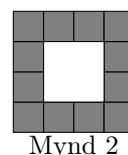
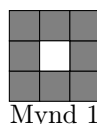
Teitur: „Ég er sá eini sem segir satt.“

Unnur: „Við segjum öll satt.“

Hversu mörg þeirra eru hrappar?

- 4                       3                       2                       1

10. Hve marga gráa ferninga þyrfti í Mynd 10?



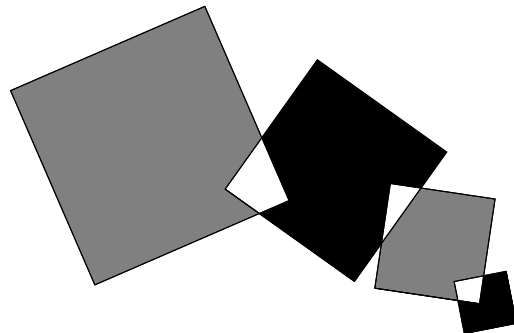
- 38                       40                       42                       44

## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

11. Á myndinni sjást fjórir ferningar með hliðarlengdir 5, 7, 9 og 11. Hversu miklu stærra er flatarmál gráu svæðanna heldur en flatarmál svörtu svæðanna?

Svar: \_\_\_\_\_

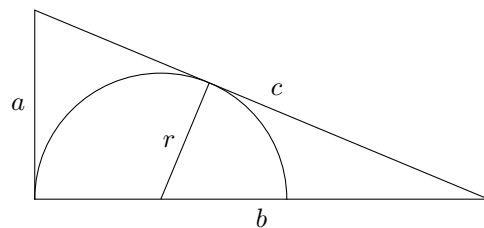


12. Í verslunarmiðstöð er rúllustigi. Ef rúllustiginn er í gangi og Guðrún stendur kyrr allan tímann á leið upp þá tekur það hana 60 sekúndur að komast upp. Ef rúllustiginn er ekki í gangi og Guðrún gengur upp rúllustigann þá tekur það hana 90 sekúndur að komast upp. Hversu margar sekúndur tekur það Guðrúnu að fara upp ef rúllustiginn er í gangi og hún gengur upp stigann?

Svar: \_\_\_\_\_

13. Hálfhringur er innritaður í rétthyrndan þríhyrning með hliðarlengdir  $a < b < c$ . Finnið geisla (radíus) hálfhringsins og táknið hann með  $a, b$  og  $c$ .

Svar: \_\_\_\_\_

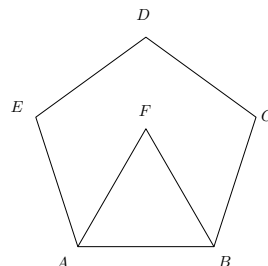


14. Hversu margar sjö stafa jákvæðar heiltölur, sem búnar eru til eingöngu úr 0 og 1, eru deilanlegar með tölunni 6?

Svar: \_\_\_\_\_

15. Í reglulegum fimmhyrningi  $ABCDE$  eru allar hliðar jafnlangar og öll horn jafnstór. Einnig er þríhyrningurinn  $ABF$  jafnhliða. Finnið stærð hornsins  $\angle EFC$ .

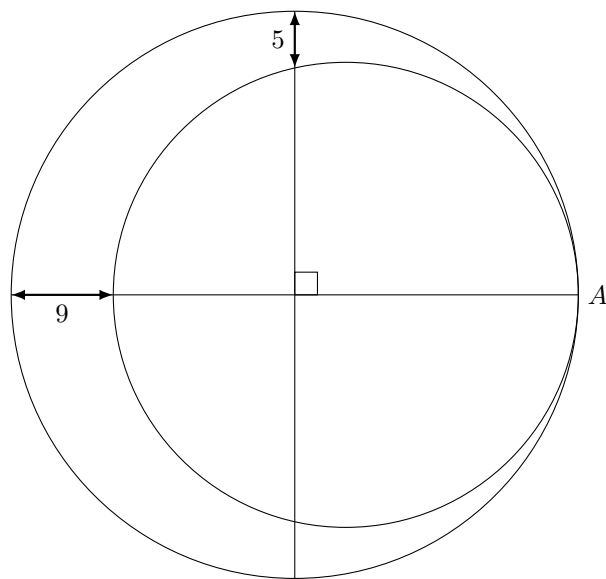
Svar: \_\_\_\_\_



## Priðji hluti

Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

16. Myndin sýnir hring innritaðan í stærri hring þannig að þeir snertast í punkti  $A$ . Tveir miðstrengir stærri hringsins eru sýndir og fellur miðstrengur minni hrings í miðstreng þess stærri. Þeir hlutar miðstrengja stærri hringsins, sem liggja utan minni hringsins eru af lengd 5 og 9, eins og sýnt er á mynd. Hver er geisli (radíus) stærri hringsins?



17. Á borði liggja 40 gulir, 40 rauðir og 40 bláir kubbar. Arnar og Brynja spila með eftirfarandi leikreglum. Í hverjum leik þarf leikmaður að taka tvo kubba af leikborðinu, sem mega þó ekki vera rauður og blár saman. Leikmaður tapar ef engir kubbar eru eftir þegar hann á leik eða hann getur ekki tekið kubba af borðinu. Arnar byrjar. Hvernig getur Brynja tryggt sér sigur í leiknum?

18. Finnið allar rauntölur  $x$  sem uppfylla jöfnuna  $(x^2 + 7x + 11)^{x^2+4x-12} = 1$ .

19. Um tvær tveggja stafa tölur  $a$  og  $b$  gildir að margfeldi þeirra gengur upp í fjögurra stafa töluna sem  $a$  og  $b$  mynda, með öðrum orðum fjögurra stafa töluna þegar tölustafirnir í  $a$  og  $b$  eru ritaðir hlið við hlið. Ákvarðið öll möguleg gildi á  $a$  og  $b$ .