

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2018–2019 Efra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2. 3. 4.

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þremur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Elísabet hefur lokið $\frac{2}{3}$ af daglegu morgunhlaupi sínu. Ef hún hleypur $\frac{1}{2}$ km í viðbót þá hefur hún lokið $\frac{3}{4}$ af hlaupinu. Hversu langt er daglegt morgunhlaup Elísabetar?

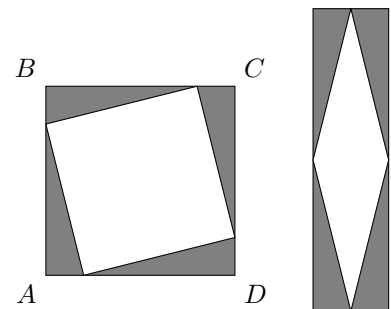
 4 km

 5 km

 6 km

 7 km

2. Fjórum gráum rétthyrndum þríhyrningum er raðað á tvo mismunandi vegu á borð. Annars vegar myndast hvítur ferningur og hins vegar myndast hvítur tígull milli þríhyrninganna. Hvíti ferningurinn hefur flatarmálið 17 m^2 og hvíti tígullinn 8 m^2 . Hvert er flatarmál ferningsins $ABCD$ í m^2 ?

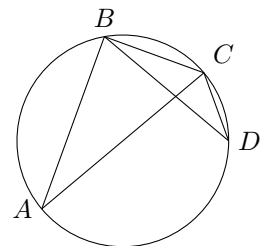

 19

 24

 25

 32

3. A , B , C og D eru punktar á hring með radíus (geisla) 3 cm . AC er miðstrengur og $\angle CDB = 30^\circ$. Hvert er ummál þríhyrningsins ABC mælt í cm ?


 $6 + 3\sqrt{3}$
 $8 + 3\sqrt{3}$
 $9 + 3\sqrt{3}$
 $11 + 3\sqrt{3}$

4. Tölvuúr sýnir tímann $4 : 56$ að morgni dags. Hve margar mínútur líða þar til úrið sýnir næst tíma þar sem tölurnar eru samliggjandi og í vaxandi röð?

 315

 376

 458

 587

5. Tölurnar a og b eru jákvæðar og $a^b = b^a$. Hvert er gildið á a ef vitað er að $b = 9a$?

 $\sqrt[9]{9}$
 $\sqrt[8]{9}$
 $\sqrt[3]{9}$
 3

6. Fjórar kúlur A, B, C og D eru af sömu stærð en mismunandi þyngd. Þær veга 10, 20, 30 og 40 grömm, ekki endilega í þessari röð. Hvaða kúla vegur 30 grömm?

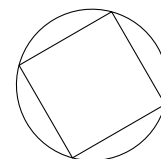


- A B C D

7. Fyrir hversu margar heiltölur n með $1 \leq n \leq 100$ er mögulegt að þátta stæðuna $x^2 + 2x - n$ í tvo línulega þætti $(x + a)(x + b)$ þar sem a og b eru heiltölur?

- 8 9 10 11

8. Ummál hrings er 100 metrar. Finnið hliðarlengd innritaðs fernings í metrum.



- $\frac{25\sqrt{2}}{\pi}$ $\frac{25}{\pi}$ $\frac{50}{\pi}$ $\frac{50\sqrt{2}}{\pi}$

9. Tvær hliðar þríhyrnings eru 5 og 8 að lengd. Lengd þriðju hliðar þríhyrningsins er einnig heiltala. Hversu mörg gildi koma til greina fyrir þriðju hliðina?

- 7 8 9 10

10. Gerum ráð fyrir að m og n séu jákvæðar heiltölur með $\sqrt{7 + \sqrt{48}} = m + \sqrt{n}$. Hvert er gildið á $m + n$?

- 5 7 11 17

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

11. Heiltöluna k má rita sem summu

$$k = 1 + 11 + 101 + 1001 + 10001 + \dots + 100000000001.$$

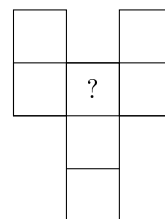
Hver er þversumma tölunnar k ?

Svar: _____

12. Hve mörg pör heiltalna (x, y) uppfylla jöfnuna $x^4y^4 - 13x^2y^2 + 40 = 4$?

Svar: _____

13. Leó ætlar að rita heilu tölurnar, frá og með 1 til og með 7, í reitina hér til hægri þannig að engir tveir reitir sem liggja horn í horn eða eiga sameiginlega hlið innihaldi tölur sem eru samliggjandi. Hvaða tölu(r) má rita í merкта reitinn?



Svar: _____

14. Þrír bollar, A , B og C eru einlitir. Einn er rauður, annar hvítur og þriðji blár en ekki endilega í þessari litaröð. Ein og aðeins ein eftirtalinna fullyrðinga er sönn:

(i) bolli A er rauður (ii) bolli B er ekki rauður (iii) bolli C er ekki blár

Segið til um lit hvers bolla fyrir sig.

Svar: _____

15. Um fallið f og allar rauntölur x gilda eftirfarandi tvær jöfnur:

$$f(x) + f(1 - x) = 10 \quad \text{og} \quad f(1 + x) = 4 + f(x)$$

Hvert er þá gildið á $f(2018) + f(-2018)$?

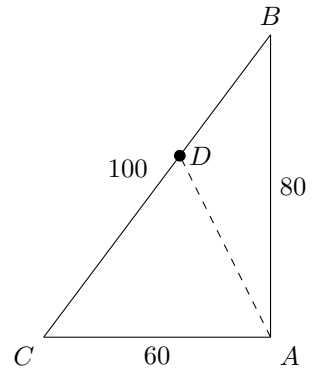
Svar: _____

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

16. Talan $101^4 - 1$ er deilanleg með fimm mismunandi frumtölum (prímtölum). Finnið fjórar þeirra.

17. Þríhyrningurinn ABC er rétthyrndur með $\angle A = 90^\circ$, hliðar $b = 60$, $c = 80$ og $a = 100$. D er staðsettur á hliðinni a þannig að þríhyrningarnir ABD og ADC hafa sama ummál. Finnið lengd hliðarinnar AD .



18. Í tveimur kössum eru döðlur, jafnmargar í hvorum. Úr öðrum kassanum eru gerðir eins margir pokar og mögulegt er með 17 döðlum í hverjum poka. Úr seinni kassanum og því sem eftir varð af döðlunum úr fyrri kassanum eru gerðir eins margir pokar og mögulegt er með 13 döðlum í hverjum poka. Alls urðu úr þessu 40 pokar og engin daðla varð eftir. Hve margar voru döðlurnar í upphafi?

19. Hér má líta 6×6 stafablokk, sex línur og sex dálka sex ólíkra stafa. Með því að rekja sig í gegnum stafablokkina má stafa orð gerð úr stöfunum sex. Leyfilegt er að rekja sig lárétt, lóðrétt eða eftir hornalínu frá staf yfir í næsta staf (ekki er leyfilegt að taka stökk yfir stafi).

Á hve marga vegu má stafa nafnið EVKLÍÐ?

E	E	E	Ð	Ð	Ð
E	V	V	Í	Í	Ð
E	V	K	L	Í	Ð
E	V	K	L	Í	Ð
E	V	V	Í	Í	Ð
E	E	E	Ð	Ð	Ð