

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2010-2011 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

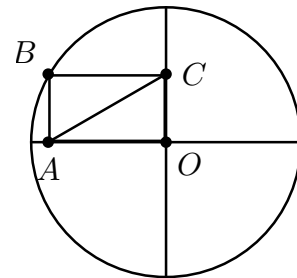
Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Talan $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ er jöfn

 1

 $2 - \sqrt{2}$
 $\sqrt{8} - 1$
 2

2. Hringurinn á myndinni hefur þvermálið 10 cm og miðja hans er í O . $OABC$ er rétthyrningur þar sem B er á hringnum. Hver er lengd striksins AC ?


 $\frac{5}{\sqrt{2}}$ cm

 $2\sqrt{6}$ cm

 5 cm

 $5\sqrt{2}$ cm

3. Jón bjó á hinum ýmsu stöðum meðan hann lifði. Í þessari röð þá bjó Jón $1/3$ æfi sinnar á Íslandi, $1/6$ á Indlandi, tólf ár í Egyptalandi og helming tímans sem hann átti þá ólifað bjó Jón í Ástralíu. Jón dó í Kanada en þar bjó hann jafn lengi og á Indlandi. Í hvaða landi hélt Jón upp á 40 ára afmælið?

 Indlandi

 Egyptalandi

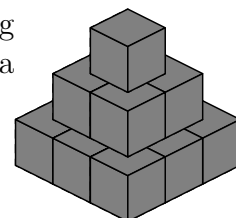
 Ástralíu

 Kanada

4. Ójafnan $(x - 1)(x + 1) \geq x^2$ er sönn fyrir

 öll $x > 1$
 öll $x < 0$
 allar rauntölur x
 enga rauntölu x

5. Listaverk úr fjórtán teningum með hliðarlengd 1 m er eins og myndir sýnir. Nú er listaverkið málað að utan. Hversu marga fermetra þarf að mála?


 21

 24

 33

 37

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

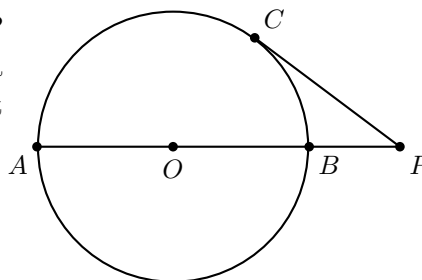
11. Ferningslaga garður er af stærðinni 10×10 m. Í miðjum garðinum er ferningslaga blómabeð með hliðarlengd 2 m. Miðja blómabeðsins er nákvæmlega í miðjum garðinum og hliðar blómabeðsins eru samsíða hliðum garðsins. Ef bannað er að ganga yfir blómabeðið, hver er stysta leiðin frá einu horni garðsins í mótlægt horn?

$10\sqrt{2}$ m $8\sqrt{3}$ m $2\sqrt{13}$ m $4\sqrt{13}$ m $(8\sqrt{2} + 4)$ m

12. Brúnir tenings eru litaðar rauðar eða svartar. Ef sérhver hlið teningsins hefur a.m.k. eina svarta brún, hver er minnsti mögulegur fjöldi svartra brúna?

2 3 4 5 6

13. Miðstrengur hrings er framlengdur í punkt P og CP er snertill hringsins eins og sýnt er á mynd. Ef $AP = 8$ cm og $CP = 4$ cm hvert er þvermál hringsins?



6 cm $4\sqrt{2}$ cm $5\sqrt{2}$ cm 8 cm $4\sqrt{3}$ cm

14. Hver er mismunurinn á summu allra sléttra talna og summu allra oddatalna frá 1 til 2010?

980 1005 1078 1101 1150

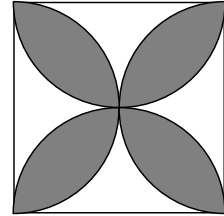
15. Á hringlaga hlaupabraut hleypur Jón hringinn á 40 sekúndum. Siggí hleypur í gagnstæða átt og mætir Jóni á 15 sekúndna fresti. Ef báðir hlaupa á jöfnum hraða, hversu margar sekúndur er Siggí að hlaupa hringinn?

18 24 25 27 32

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Í fering með hliðarlengd 8 eru innritaðir fjórir hálfhringar með miðjur á hliðum ferningsins. Hvert er flatarmál fjögurra blaða smárans sem hálfhringarnir fjórir mynda?



Svar: _____

17. Fyrir hversu margar tölur x í menginu $\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$ er talan $x^3 + x^2$ feringstala (annað veldi af heiltölu)?

Svar: _____

18. Í rétthyrndum þríhyrningi er summa hliðarlengda 18. Summa feringa (2. velda) hliðanna er 128. Hvert er flatarmál þríhyrningsins.

Svar: _____

19. Hópur málara, sem allir afkasta jafn miklu, vann við að mála tvo vegg. Annar veggurinn er tvöfalt stærri en hinn. Málararnir unnu allir við að mála stærri vegginn í hálfan dag en þá hóf helmingur málaranna að mála minni vegginn meðan hinn helmingur málaranna hélt áfram að mála stóra vegginn. Í lok dags hafði tekist að mála allan stærri vegginn en einn málarari var allan næsta dag að ljúka við að mála minni vegginn. Hvað voru málararnir margir?

Svar: _____

20. Hver er tölustafurinn x ef $(3(a + 134))^2 = 1x8921$, þar sem a er heiltala?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Ef a , b , c og d eru fjórir mismunandi jákvæðir tölustafir, enginn þeirra núll, þá má mynda 24 mismunandi fjögurra stafa tölur úr þeim. Er hægt að velja a , b , c og d þannig að allar þessar 24 tölur séu framtölur (prímtölur)?

22. Í jafnhliða þríhyrningi ABC er innritaður hringur með miðju í O . Strikið DE er snertill við hringinn og sker hliðina AB í D og hliðina AC í E undir réttu horni. Strikið AE er 1 að lengd. Hver er lengd AC ?

